

北京工业大学

理论力学 (56 学时) 期终总结模拟试题

考试时间: 95 分钟

考试日期:

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. 是非题 (每题 2 分, 共 8 分。在括号中: 正确划 $\checkmark$, 错误划 $\times$ 。)

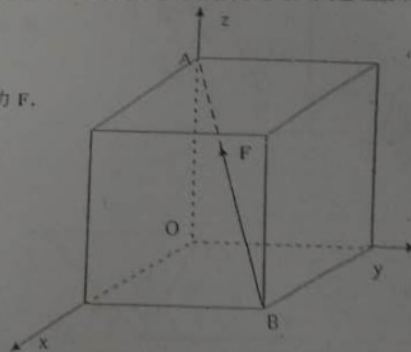
1. 摩擦力是未知约束反力, 其大小和方向完全可以由平衡方程来确定。 $\times$
2. 如果外力对物体不做功, 则该力便不能改变物体的动量。 $\times$
3. 科氏加速度的大小等于相对速度与牵连角速度之大小的乘积的两倍。 $\times$
4. 刚体瞬时平动时角速度为零, 角加速度不为零。 $\checkmark$

二. 选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 在正方体上, 沿对角线 AB 方向作用一力 F ,

则该力 $\frac{F}{2}$ $\frac{F}{\sqrt{2}}$

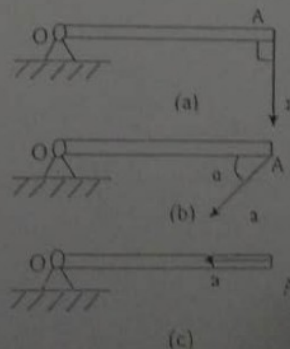
- (1) 对 x, y, z 轴之矩全等;
- (2) 对三轴之矩不等;
- (3) 对 x, y 轴之矩相等;
- (4) 对 y, z 轴之矩相等。



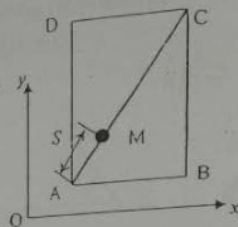
2. 杆 OA 绕固定轴转动, 某瞬时杆端 A 点的加速度 a 分别如图所示。则该瞬时:

A 系统的角速度为零,

C 系统的角加速度为零。



3. 正方形 ABCD 作平动, A 点的运动方程为
 $x_A = 6 \cos(2t)$; $y_A = 4 \sin(2t)$, 点 M 沿 AC 以
 $S = 3t^2$ (x, y, S 以厘米计, t 以秒计) 的规律运动,
 当 $t = \pi/2$ 时, 点的相对加速度大小为 2
 cm/s^2 , 牵连加速度大小为 6 cm/s^2 .
 (1) 0; (2) 6;
 (3) 24; (4) $6\sqrt{2}$

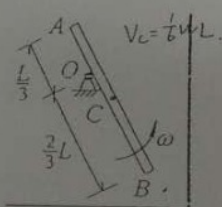


4. 铅垂面内, 无重杆 OA 可绕轴 O 自由转动, 均质
 圆盘可绕其质心轴 A 自由转动, 如 OA 水平时系统
 为静止, 则自由释放后圆盘做 转动.
 (1) 平动; (2) 定轴转动;
 (3) 平面运动; (4) 运动不能确定.



三、填空题 (每题 5 分, 共 10 分)

1. AB 为均质杆, 长度为 L , 质量为 m , 以匀角
 速度 ω 绕 O 点做定轴转动, 计算 OA 杆的动
 量 $\frac{1}{6}m\omega L$, 对 O 点的动量
 矩 $\frac{1}{12}m\omega L^2$, 动能 $\frac{1}{24}m\omega^2 L^2$.
 (请在图中标出动量和动量矩的方向.)



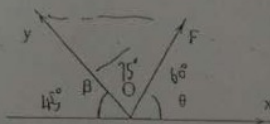
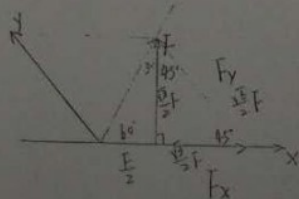
$$L = J \cdot \omega \quad \frac{1}{2}m\omega^2$$

$$\text{动能} = \frac{1}{2} J_O \omega^2$$

4. 力 F 与水平夹角 $\theta = 60^\circ$, 假设 Oxy 坐标系
 如图, 其中 y 轴与水平夹角为 $\beta = 45^\circ$, 计算

$$F_x = \frac{1+\sqrt{3}}{2} F$$

$$F_y = \frac{\sqrt{3}}{2} F$$



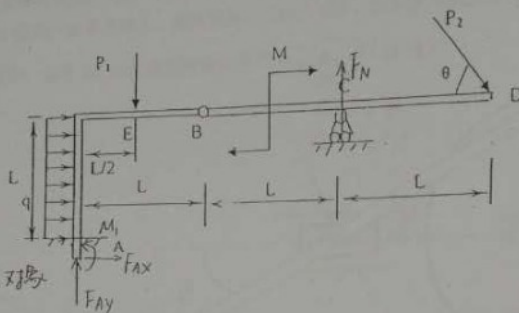
平衡方程

$$F_{Ay} = -383 \text{ kN (下)} \quad M_A$$

$$F_{Ax} = -650 \text{ kN (左)} \quad N_C = 916$$

四. 图示组合梁, 自重不计. 已知: $q=200 \text{ kN/m}$, $M=100 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $P_1=100 \text{ kN}$, $P_2=500 \text{ kN}$, $L=2 \text{ m}$, $\theta=60^\circ$, B 处为光滑铰链. 试求 A、C 处的约束反力. (25 分)

解法: 以整体为研究对象
① 受力分析
② 列平衡方程
③ 解方程

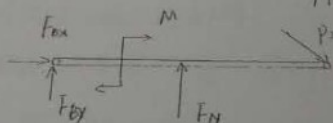


解: 以整体为研究对象

受力分析

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & F_{Ax} + F_q + P_2 \cos \theta = 0 & F_{Ax} = -650 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 & F_{Ay} + F_N - P_1 - P_2 \sin \theta = 0 \\ \sum M_A = 0 & M_1 - M - P_1 \frac{L}{2} - P_2 \cdot \frac{3L}{2} + F_N \cdot 2L - F_q \frac{L}{2} = 0 \end{cases}$$

再以 BD 杆为研究对象, 受力分析



$$\text{对 B 点有 } \sum M_B = 0 \quad -M + F_N \cdot L - P_2 \sin \theta \cdot 2L = 0$$

$$F_N = 916 \text{ kN}$$

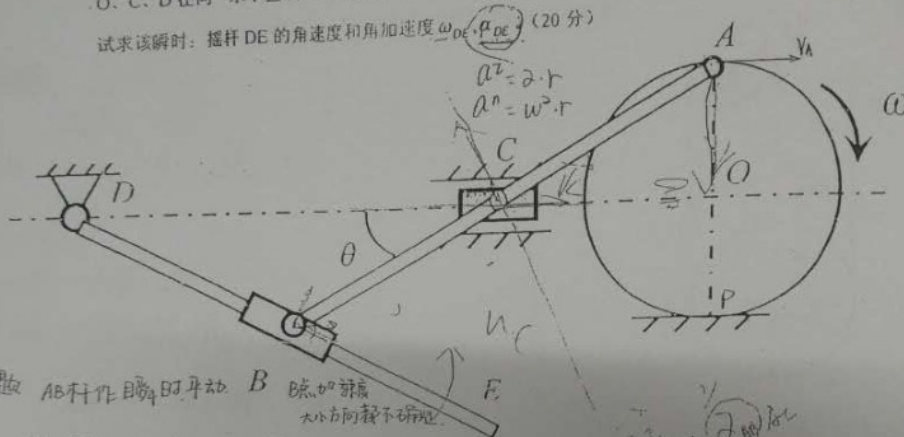
$$\text{代入上式得 } F_{Ay} = -383 \text{ kN}$$

$$M_1 = 34 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

点的合成运动：一个刚体运动过渡到另一个刚体
刚体的平面运动：同一个刚体上两个点的运动

五、圆轮半径为 $r=10\text{cm}$ ，以匀角速度 $\omega=0.5\text{ rad/s}$ 沿固定水平面向右做纯滚动；连杆 AB 一端与轮缘上的 A 点铰接，另一端与套筒 B 铰接，套筒可沿摇杆 DE 滑动，从而带动摇杆 DE 绕固定轴 D 转动，连杆 AB 的中点 C 与另一滑块铰接，滑块可沿固定水平导槽滑动。点 O、C、D 在同一水平直线上。图示瞬时， $OA \perp OD$ ， $BD=BC=AC=2r=20\text{cm}$ ， $\theta=30^\circ$ 。

试求该瞬时：摇杆 DE 的角速度和角加速度 ω_{DE} 、 α_{DE} (20 分)



解：由做 AB 杆作瞬时平动 B 点加速度大小方向向下

$$\vec{v}_A = \omega \cdot PA = \omega \cdot 2r = 0.1 \text{ m/s}$$

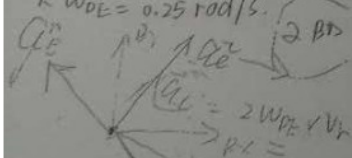
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A = 0.1 \text{ m/s}$$

以套筒 B 为动点，DE 为动系

有速度合成定理 $\vec{v}_B = \vec{v}_e + \vec{v}_r$

$$v_B = \omega_{DE} \cdot BD = v_B \sin \theta$$

$$\omega_{DE} = 0.25 \text{ rad/s}$$



$$a_C = a_B + a_{CB}$$

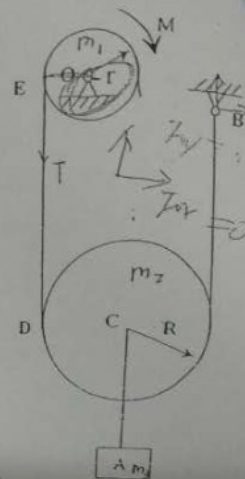
$$a_B = a_A + a_{BA}$$

$$a_{CB} = 2\omega_{DE} \cdot v_r$$

绝对动力学方程
动能定理与动力学方程
达朗贝尔原理

六、在图示机构中，均质轮 O 的质量是 m_1 ，半径为 r ，均质轮 C 重为 m_2 ，半径为 R ，物 A 重为 m_3 ，常值力偶矩 M 作用在轮 O 上。轮与绳间无相对滑动。已知 $m_1=4m$ ， $m_2=2m$ ， $m_3=m$ 。

试求：(1) 物 A 的加速度；(2) 支座 O 的约束反力。(25 分)



动能定理 $T_2 = W_{12}$
 动能 $M \cdot \omega_C = T_2$
 动能定理 $J_C \cdot \alpha = M_C$

研究对象
受力分析 $\rightarrow$ 作图
运动分析 $\rightarrow$ 加速度、速度、位移

解：以系统为研究对象

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_3 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} J_O \omega_O^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_C^2$$

$$\omega_O = \frac{v_E}{r} = \frac{2v}{r} \quad \omega_C = \frac{v_D}{R} = \frac{2v}{R}$$

$$J_O = \frac{1}{2} m_1 r^2 \quad J_C = \frac{1}{2} m_2 R^2$$

$$W = -m_3 g h - m_2 g h + M \frac{2h}{r} \quad \text{如题做功}$$

由动能定理有 $W = T_2 - T_1$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} m v^2 = -3 m g h + M \frac{2h}{r}$$

$$\text{对时间求导} \quad 15 m v a = -3 m g v + M \frac{2v}{r}$$

$$a = \frac{2M}{15mr} - \frac{1}{5}g$$

(2) 由动量矩定理

$$\text{对 O 点} \quad L_O = J_O \omega_O = M - T \cdot r$$

(2) 平衡方程

$$\Sigma F_x = F_{Ox} = 0$$

$$\Sigma F_y = F_{Oy} - T = 0$$

$$\Sigma M_O = -M + T r = 0$$

$$T = \frac{M}{r}$$