

北京工业大学 2006-2007 学年第二学期期末

线性代数(工) 课程试卷 (A)

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 30 分) .

$$1. \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. \text{ 设 } n \text{ 阶方阵 } A \text{ 满足 } A^2 - A - 11E = 0, \text{ 则 } A - 2E \text{ 可逆, 且 } (A - 2E)^{-1} =$$

$$3. \text{ 设 } A \text{ 为 } 2 \text{ 阶可逆方阵, } A^* \text{ 为 } A \text{ 的伴随矩阵, 若 } |A| = 2, \text{ 则 } |A^* - 3A^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. \text{ 设 } A, B \text{ 均为 } n \text{ 阶方阵, 若 } AB = E, \text{ 则 } 2E - BA = \underline{\hspace{2cm}} E$$

$$5. \text{ 设向量组 } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ 和 } \beta_1, \beta_2 \text{ 满足 } \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1 + 4\beta_2 \\ \alpha_2 = -\beta_1 + 5\beta_2 \\ \alpha_3 = 7\beta_1 - 3\beta_2 \end{cases}, \text{ 则向量组 } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$$

必线性_____关。

$$6. \text{ 设 } A \text{ 为 } 6 \text{ 阶方阵, } A^* \text{ 为 } A \text{ 的伴随矩阵. 若秩 } r(A) = 5, \text{ 则齐次线性方程组 } A^* X = 0 \text{ 的基础解系中含有解向量的个数为 } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7. \text{ 设矩阵 } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a+2 & a-3 & a \\ 8 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B \text{ 为 } 3 \text{ 阶非零矩阵, 且 } AB = 0, \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8. \text{ 设 } \lambda_1 = 3, \lambda_2 = 2 \text{ 是实对称矩阵 } A \text{ 的特征值, } \alpha = (1, t+2, 1)^T, \beta = (-3+t, 1, 1)^T \text{ 是分别属于 } 3, 2 \text{ 的特征向量, 则 } t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9. \text{ 矩阵 } \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 的逆矩阵是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10. \text{ 二次型 } (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ 的正惯性指数与负惯性指数之和是}$$

二. 单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)。将正确答案的字母填入括号内。

1. 矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的关系是 【 】
- (A) 既合同又相似 (B) 合同但不相似
(C) 不合同但相似 (D) 既不合同又不相似
2. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关, $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ 线性无关, 则 【 】
- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5$ 线性相关。 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5$ 线性无关。
(C) α_1 能由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ 线性表出。 (D) α_5 能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出。
3. 设 $AX = 0$ 是与 $AX = b$ 相应的齐次线性方程组 (其中 A 是方阵), 则下述结论中不正确的是 【 】
- (A) 若 $AX = 0$ 只有零解, 则 $AX = b$ 有唯一解。
(B) 若 $AX = b$ 有唯一解, 则 $AX = 0$ 只有零解。
(C) 若 $AX = 0$ 有非零解, 则 $AX = b$ 有无穷多解。
(D) 若 $AX = b$ 无解, 则 $AX = 0$ 有非零解。
4. 设 3 阶矩阵 A 满足 $(A^2 + 3A - 4E)(A - 8E) = 0$, 则 【 】
- (A) $A = E$ (B) $A = -4E$
(C) $A = 8E$ (D) A 可相似对角化。
5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 8 & 0 & a-1 \end{pmatrix}$ 正定, 则 【 】
- (A) $a > 65$. (B) $a < 65$ (C) $a = 65$ (D) a 的取值不确定。

三. (10 分) 若齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + px_3 = 0 \\ x_1 + 9x_2 + p^2x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 且 $p > 0$. 则 $\begin{vmatrix} 1 & p \\ p & 1 \end{vmatrix} = ?$

要求写出数字结果 (结果中不出现字母 p)。

四. (10 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 B , 使 $9AB = 2A + 9B$.

五. (10 分) 参数 b 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 - 2x_4 = b \end{cases}$$

有解? 有解时, 求出此方程组的通解 (向量形式)。

六. (10 分) 在三维空间 R^3 中, 已知 $\alpha = (1, -1, 1), \beta = (1, 1, 0)$ 。(1) 求向量 γ , 使得 α, β, γ 成为 R^3 的一个基; (2) 将 α, β, γ 正交化, 给出 R^3 的一个正交基。

七 (10 分) 设向量组

$$\alpha_1 = (-1, -1, 0, 1)^T, \alpha_2 = (2, 0, 0, -1)^T, \alpha_3 = (1, -1, 2, 0)^T, \alpha_4 = (-1, 1, -4, 0)^T。$$

(1) 求该向量组的一个极大线性无关组。

(2) 把其余向量用该极大无关组线性表出。

八 (5 分) 设 B 是 3 阶非零矩阵, 它的每个行向量都是
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + (k+1)x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$$
 的解。

证明: $|B| = 0。$