得分

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&4&6&8\\1&1&1&1\end{pmatrix}=$ $\begin{pmatrix}1&2&1&2\\0&2&4&6\\1&1&1&1\end{pmatrix}$

2. 记 $\begin{vmatrix}1&2&1&1\\-1&3&-2&3\\1&5&4&9\\-1&7&-8&27\end{vmatrix}$ 第二列四个位置的代数余子式分别是 $A_{12},A_{22},A_{32},A_{42}$.若

$A_{12}+aA_{22}+a^2A_{32}+a^3A_{42}=0$，且 $a>0$，则 $a=$ 3

3. 在行列式 $\begin{vmatrix}x&x^2&2\\x&3&x\\-1&2x&1\end{vmatrix}$ 的完全展开式中，合并同类项后，x^3 的系数是 -4

4. 3 阶实方阵 A 和非零向量 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 满足：$A\alpha_1=\alpha_1,A\alpha_2=2\alpha_2,A\alpha_3=-\alpha_3$.若

记以 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为列向量组的矩阵为 $P=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$，则 $P^{-1}AP=$ $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$

（写出具体的矩阵）.

5. 若 3×2 型、2×3 型实矩阵 A,B 满足 $AB=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&-1&1\\8&-1&7\end{pmatrix}$，则 A,B 的秩之和

$R(A)+R(B)=$ 4

6. A是2阶实方阵. 若齐次线性方程组$(A-E)X=0$和$(2A-E)X=0$均有非零解，则行列式$\left|A^{*}+A^{-1}+2E\right|=$__35/2__

7. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$是齐次线性方程组$\begin{pmatrix}1&-1&2&3\\-1&0&1&-2\\-1&-2&7&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$的解空间中的线性无关向量组，则$m$能取到的最大值是__2__

8. 若3阶实方阵$A=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$的列向量组$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$与线性无关向量组$\{\beta_1,\beta_2\}$满足$\begin{cases}\alpha_1=3\beta_1-\beta_2\\\alpha_2=\beta_1+2\beta_2\\\alpha_3=5\beta_1-\beta_2\end{cases}$，则$A$的阶梯化矩阵中非零行的行数是__2__

$$A=\begin{matrix}3&-1\\1&2\\5&-1\end{matrix}\rightarrow\begin{matrix}3&-1\\7&0\\2&0\end{matrix}\rightarrow\begin{matrix}3&-1\\2&0\\0&0\end{matrix}$$

所以R(A)=2

所以基础解系向量个数=n-R(A)=3-2=1

所以非零行行数=n-基础解系向量个数=3-1=2

9. 方程$\begin{vmatrix}x+1&2&3\\-4&2x+6&8\\1&-1&1-x\end{vmatrix}=0$的根$x_1,x_2,x_3$之和$x_1+x_2+x_3=$__-3__

一元三次方程的韦达定理　　设方程为　　aX^3+bX^2+cX+d=0，　　则有　　X1·X2·X3=—d/a；　　X1·X2+X1·X3+X2·X3=c/a；　　X1+X2+X3=—b/a

10. 若Q是n（$n>1$）阶实方阵，且齐次线性方程组$QX=0$只有零解，

$A=Q^TQ$，则A的特征值__>__0（填“$>,<,=$”之一）.

二（10 分）. 计算行列式$D=\begin{vmatrix}0&-1&-5&-2&3\\1&3&-1&1&0\\1&8&-3&-8&1\\0&-1&-1&-3&1\\3&2&-5&1&0\end{vmatrix}$（要求出具体数值）.-261

三（10 分）. 用初等变换的方法，解方程$X\begin{pmatrix}-1&0&1\\1&-1&0\\1&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&-1&1\\-1&1&0\end{pmatrix}$.

-1 -1 1
 1 1 0
 0 -1 0

四（10 分）.a取何值时，线性方程组$\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3+x_4=3\\x_1+x_2-x_3+2x_4=0\\x_1-5x_2+7x_3-4x_4=a\end{cases}$有解有解时写通解.

五（12 分）. 已知$A=\begin{pmatrix}2&8&8\\8&2&8\\8&8&2\end{pmatrix}$. 求一个可逆矩阵$P$，使得$P^{-1}AP$是对角矩阵；并求出这一对角矩阵.

六（12 分）. 给定列向量组

$$\alpha_1=(0,-1,2,1,0)^T,\alpha_2=(1,1,-1,0,3)^T,\alpha_3=(1,0,-2,1,2)^T,$$
$$\alpha_4=(5,-2,-3,7,11)^T,\alpha_5=(9,-5,-5,14,19).$$

1 求该向量组的秩； 2 求该向量组的一个极大线性无关组； 3 把其余向量用

问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.