

北京工业大学 2013——2014 学年第一学期

《复变函数与积分变换》期末考试试卷

考试说明： 本次考试为闭卷考试,考试时间为 95 分钟

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： 学号： 班号：

.....
.....

注：本试卷共 六 大题，共 8 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	20	20	10	30	
得分						

得分

一、填空题 (每题 2 分,共 20 分)

1、设 $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -3 + 4i$, 则 $\overline{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}} =$ _____。

2、 $(-\sqrt{3}+i)^{10} =$ _____。

3、设 $x^2 - 2x + by^2 + 1 + a(x-1)yi$ 为解析函数，则 $a=$ ____， $b=$ _____。

4、 $\operatorname{Ln}[(1+i)(-1+i)] =$ _____。

5、 $\oint_{|z|=\frac{2}{3}} \frac{dz}{(z^{10}-1)(z+1)^3} =$ _____。

6、 $\int_{-1+i}^{1+i} ze^z dz =$ _____。

7、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} z^n$ 的收敛域为_____。

8、 $z=0$ 是 $\frac{1}{(1-\cos z)^2}$ 的_____级极点。

9、 $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)e^{-i\omega t} dt =$ _____。

10、 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} =$ _____。

得分

二、计算题（每题 5 分，共 20）

1、求 $f(z) = \frac{1}{\sin z}$ 的所有孤立奇点。

2、计算 $27^{\frac{1}{3}}$

3、若 $(1+i)^n = -4$ ，求 n 的值。

4、计算 $i^{\sqrt{3}}$

得分

三、求已知函数的展开式。（每题 10 分，共 20 分）

1、把函数 $f(z) = \frac{z}{(z+2)(z-2)}$ 展开为 z 的泰勒级数。

2、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-3)^2}$ 在 $0 < |z-3| < 3$ 内展成洛朗级数。

得分

四、设 C 为从原点到 $3+4i$ 的线段，计算 $\int_C \operatorname{Im} z dz$ (10 分)

得分

五、利用留数计算。(20 分)

1、计算 $\oint_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{1}{(z-1)\sin \pi z} dz$ 。(10 分)

2、计算 $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2 + 1} dx$ 。 (10 分)

得分

六、求函数 $f(t) = \begin{cases} 1-t^2, & t^2 \leq 1, \\ 0, & t^2 > 1. \end{cases}$ 的 Fourier 积分。 (10 分)

