

北京工业大学 2013—2014 学年第二学期

《概率论与数理统计》工 考试试卷

考试说明： 考试方式：闭卷 考试时间：2014 年 6 月 11 日

承诺： 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： _____ **学号：** _____ **班号：** _____

.....
.....

注： 本试卷共 六 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	总成绩
得分							

一. 填空题：每空 2 分，共 30 分。

1. 设 A, B 为随机事件，且 $P(A) = 0.7$, $P(A-B) = 0.3$ ，则 $P(\overline{AB}) =$ _____。

2. 已知 $P(\overline{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A\overline{B}) = 0.5$ ，则 $P(B|A \cup \overline{B}) =$ _____。

3. 设 A, B 为随机事件，则 A 与 B 互斥的充要条件是_____；

A 与 B 相互独立的充要条件是_____。

4. 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\} = 1/2$ ，则 $\lambda =$ _____；

$E(X+3) =$ _____； $\text{Var}(2X+1) =$ _____。

5. 设 $X \sim B(n, p)$, 已知 $E(X) = 1.6, \text{Var}(X) = 1.28$, 则 $n = \underline{\hspace{1cm}}$; $p = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

6. 若 $X \sim N(1, \sigma^2)$, 且 $P\{0 < X < 2\} = 0.9544$, 则 $P\{X < 0\} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

7. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)} & x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则 $Y = \ln X$ 的概

率密度 $f_Y(y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为抽自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, μ, σ^2 未知, 记

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。则 $\bar{X} \sim \underline{\hspace{1cm}}$; $(n-1)S^2 / \sigma^2 \sim \underline{\hspace{1cm}}$;

μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的双侧置信区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$; σ^2 的置信度为 $1 - \alpha$ 的双侧

置信区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二.(14 分) 按以往概率统计考试结果分析, 努力学习的学生有 90% 的可能考试及格, 不努力学习的学生有 90% 的可能考试不及格。据调查, 学生中有 80% 的人是努力学习的。试问: (1) 概率统计考试的及格率是多少? (2) 考试及格的学生有多大可能是不努力学习的学生?

三. (14 分) 已知 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 求:

(1) X 的分布函数 $F(x)$; (2) $P\left\{-2 < X < \frac{1}{3}\right\}$; (3) $Y = 2X^2 + 1$ 的概率密度 $f_Y(y)$ 。

四. (14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 有联合密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} cy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其 他} \end{cases}$$

(1) 求常数 c ; (2) 求 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (3) 判断 X 与 Y 是否独立? (4) 令 $Z = X + Y$, 求 Z 的概率密度 $f_Z(z)$ 。

五. (14 分) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的样本, 总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta^2 x e^{-\theta x} & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, \text{ 其中未知参数 } \theta > 0,$$

求: (1) θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$; (2) θ 的极大似然估计量 θ^* 。

六. (14 分) 检验某批矿砂中的含镍量, 随机抽取 7 份样品, 测得含镍量百分比分别为: 3.69, 2.67, 3.33, 3.69, 3.01, 3.98, 3.15。假设这批矿砂中的含镍量的百分比服从正态分布, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下

(1) 检验这批矿砂中的含镍量百分比是否为 3.25? ;

(2) 检验这批矿砂含镍量百分比的方差是否小于 0.2?

附表: t 分布的分位点表:

$$t_6(0.05)=1.9432 \quad t_6(0.025)=2.4469 \quad t_7(0.05)=1.8946 \quad t_7(0.025)=2.3646$$

χ^2 分布的分位点表:

$$\chi_6^2(0.05)=12.592 \quad \chi_6^2(0.025)=14.449 \quad \chi_7^2(0.05)=14.067 \quad \chi_7^2(0.025)=16.013$$