得分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1.函数 $z=y^x$ 在点 $(1,2)$ 处的梯度 $\mathrm{gradz}=$_____

2.曲面 $xy+e^z=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为_____

3.幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+1)^{2n}}{2^n}$ 的收敛域为_____

4.函数 $f(x)=e^{2x}$ 的麦克劳林级数为_____

5.设函数 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x\le 0\\ 1+x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$ 是以 2π 为周期的周期函数，其傅立叶级数的和函数记为 $S(x)$，则 $S(6\pi)=$_____

6.设 $D:x^2+y^2\le 1$，则二重积分 $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_____

7.设曲线 L 为 $y=-\sqrt{1-x^2}$，则曲线积分 $\int_L\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}s=$_____

8.设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$，则曲面积分 $\oint\limits_{\Sigma}(\sin z^3+1)\mathrm{d}S=$_____

9.由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=1+\sqrt{1-x^2-y^2}$ 所围立体的体积为_____

10.微分方程 $y'=xy$ 满足 $y(0)=1$ 的特解为_____

得分

二、计算题：（本大题共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

11.求函数 $f(x,y)=3xy-x^3-y^3$ 的极值。

12.求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{n}$ 的收敛域及和函数。

13. 计算曲线积分 $I=\int_{L}(2xe^{y}+1)\mathrm{d}x+(x^{2}e^{y}+2x)\mathrm{d}y$，其中 L 是 $(x-1)^{2}+y^{2}=9$ 的

上半圆周逆时针方向。

14．计算曲面积分 $I=\iint_{\Sigma}(z-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+xy^{2}\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x^{2}-1)y\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，其中 Σ 是曲面 $z=1-x^{2}-y^{2}(0\le z\le 1)$ 的上侧。

15．求微分方程 $y''-2y'+y=(x^{2}+2)e^{x}$ 的通解。

得分

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

16. 设方程 $F(x-2z,y-3z)=0$ 确定了函数 $z=z(x,y)$，证明：

$$2\frac{\partial z}{\partial x}+3\frac{\partial z}{\partial y}=1.$$

17. 设 $\frac{a_{n+1}}{a_n}\le\frac{b_{n+1}}{b_n}$，$(n=1,2,3,\cdots,a_n>0,b_n>0)$，证明：若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛，

则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 也收敛。