

北京工业大学 2014 ——2015 学年第一学期
《复变函数与记分变换》 考试试卷

考试说明： 本次考试为闭卷考试,考试时间为 95 分钟

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： 学号： 班号：

.....

注：本试卷共 大题，共 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	25	30	15	10	
得分						

得分

一、填空题（每题 2 分,共 20 分）

1、设复数 $z = \frac{1}{i} - \frac{3i}{1-i}$ ，则 $\text{Re}(z) =$ _____。

2、 $\cos (2\pi + 7i) =$ _____。

3、设 $v(x, y) = -3xy^2 + x^3$, $f(z)$ 是以 v 为虚部的解析函数, 且 $f(0) = 0$, 则

$$f(z) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4、设 $f(z) = x^2 - y^2 + ay + i(bxy + 3x)$ 为解析函数, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$.

5、 $i^i = \underline{\hspace{2cm}}.$

6、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} z^n$ 的收敛半径为 $R = \underline{\hspace{2cm}}.$

7、 $z=0$ 是 $\frac{1}{z^2(3\sin z + (z^3 - 3))}$ 的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 级极点。

8、计算留数 $\operatorname{Res}\left(\frac{ze^z}{z^2 - 1}, 1\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

9、 $\mathcal{F}^{-1}[\delta(w+2) + \delta(w-2)] = \underline{\hspace{2cm}}.$

10、 $\mathcal{F}[t^2 \sin t] = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分

二、计算题 (每题 5 分, 共 25 分)

1、计算 $81^{\frac{1}{4}}$

2、计算 $(-1-i)^{11}$

3、计算 $\operatorname{Ln}(1+\sqrt{3}i)$

4、计算 $\int_C z \cos z \, dz$

5、计算留数 $\operatorname{Res} \left[\frac{1}{\sin \left(\frac{z-1}{z+1} \right)}, 1 \right]$

得分

三、计算积分。（共 30 分）

1、设 C 为自原点到 $3+4i$ 的直线段,计算积分 $\int_C |z-1|^2 \, dz$ 。（10 分）

2、计算积分 $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \left[2 + \left(z + \frac{1}{z} \right) \right] e^{\frac{z}{2-z}} \frac{dz}{z}$ 。 (10 分)

3、利用留数计算积分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{7 + \cos \theta} d\theta$ 。 (10 分)

得分

四、求已知函数的展开式。(共 15 分)

1、把函数 $f(z) = \frac{1}{5 - 4z}$ 在 $z_0 = 1 + i$ 展开成泰勒级数。(7 分)

2、将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$ 在 $0 < |z - i| < 2$ 内展成洛朗级数。(8 分)

得分

五、求函数 $f(t) = \begin{cases} 1+t, & -1 < t < 0, \\ 1-t, & 0 < t < 1, \\ 0, & |t| > 1. \end{cases}$ 的 Fourier 积分。(10

分)

草 稿 纸