北京工业大学 2015 ——2016 学年第一学期

《复变函数与积分变换》 考试试卷

考试说明： <u>本次考试为闭卷考试,考试时间为 95 分钟</u>

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ 学号：_____ 班号：_____

。。

注： 本试卷共 _ 大题，共 _ 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	20	40	15	5	
得分						

得分

一、填空题（每题 2 分,共 20 分）

1、设复数 $z=\dfrac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(3-i)}$，则 $|z|=$__________。

2、$Ln(-5+7i)=$______________。

3、计算积分 $\int_{|z|=1}\frac{e^z}{z^{100}}dz=$_____。

4、解析函数 $f(z)=x^3+3ix^2y-3xy^2-iy^3$，则 $f'(z)=$_____。

5、函数 $f(z)=e^{\frac{z}{5}}$ 的周期为_____。

6、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1+i)^n z^n$ 的收敛半径为 $R=$_____。

7、设 z_0 是 $f(z)$的极点，则 $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)=$____。

8、计算留数 $\mathrm{Res}\left(\frac{z}{\cos z},\frac{\pi}{2}\right)=$_____。

9、$F^{-1}\left[\delta(w+5)+\delta(w+3)\right]=$_____。

10、$F\left[e^{2jt}\sin t\right]=$_____。

得分

二、计算题（每题 5 分，共 20 分）

1、计算 $(-27)^{\frac{1}{3}}$

2、计算 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{40}$

3、计算 $(-3)^{\sqrt{5}}$　　**4、讨论函数** $f(z)=xy^2+ix^2y$ **的解析性。**

（若存在，求出解析点或可导点）

得分

三、计算留数与积分。（共 40 分）

1、计算留数 $\mathrm{Res}\left[\frac{e^z}{(z^2+1)},i\right]$ **。（5 分）**

2、计算积分 $\int_{|z|=1}\frac{z}{(2z+1)^2}dz$ **。（5 分）**

3、计算积分 $\int_C (x - y + ix^2)dz$，**其中** C **是从** 0 **到** $1+i$ **的直线段。（10 分）**

4、计算积分 $\int_{|z|=3} \frac{z^{15}}{(z^2+1)^2(z^4+2)^3}dz$ **。（10 分）**

5、利用留数计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin 7x}{x^2+16}dx$ **。（10 分）**

得分

四、求已知函数的展开式。（共 15 分）

1、把函数 $f(z)=\frac{1}{z^2}$ 在 $z_0=1+i$ 展开成泰勒级数。（7 分）

2、将函数 $f(z)=\frac{1}{(z+i)^2(z+2)}$ 在 $0<|z+i|<\sqrt{5}$ 内展成洛朗级数。（8 分）

得分

五、证明：（5 分）

若 $F(w)=\mathrm{F}\left[f(t)\right]$，$a>0$ 为常数。证明 $\mathrm{F}\left[f(at)\right]=\frac{1}{a}F\left(\frac{w}{a}\right)$。