

北京工业大学 2015-2016 学年第二学期

《高等数学(工)-II》期末考试试卷 B 卷

考试说明：

考试方式：闭卷。考试时间 95 分钟。考试日期：2016 年 6 月 13 日。

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

| 题号 | 一  | 二  | 三  | 总成绩 |
|----|----|----|----|-----|
| 满分 | 30 | 60 | 10 |     |
| 得分 |    |    |    |     |

| 得分 | 评阅人 |
|----|-----|
|    |     |

一、填空题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 微分方程  $2xdx + ydy = 0$  的通解为\_\_\_\_\_.
2. 函数  $z = (x^2 + y^2)e^{(x+y)}$  在  $(1, 0)$  处的全微分为\_\_\_\_\_.
3. 函数  $z = 3 + xy - x^3 - y^3$  在点  $(-1, 1)$  处的梯度为\_\_\_\_\_.
4. 数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}$  是条件收敛、绝对收敛，还是发散？\_\_\_\_\_.

5. 曲面  $2z - 1 - e^z + xy = 0$  在点  $(1, 2, 0)$  的切平面方程为\_\_\_\_\_.
6. 函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  在  $x = 3$  处的泰勒级数展开式为\_\_\_\_\_.
7. 设  $L$  为连接  $(1, 0)$  及  $(0, 1)$  的直线段, 则曲线积分  $\int_L (x + y) ds =$ \_\_\_\_\_.
8. 计算曲线积分  $I = \int_{A(-1, 1)}^{B(1, 1)} (x - y) dx + (y - x) dy =$ \_\_\_\_\_.
9. 设  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$  是以  $2\pi$  为周期的函数, 其傅立叶级数的和函数记为  $S(x)$ , 则  $S\left(\frac{5\pi}{2}\right) =$ \_\_\_\_\_.
10. 设  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  在平面  $z = 0$  与  $z = 1$  之间的部分, 则  $\iint_{\Sigma} 2 dS =$ \_\_\_\_\_.

## 二、计算题 (本大题共 6 道小题, 每小题 10 分, 共 60 分)

| 得分 | 评阅人 |
|----|-----|
|    |     |

11. 求函数  $f(x, y) = (2x^2 - 4x + y)e^y$  的极值.

| 得 分 | 评阅人 |
|-----|-----|
|     |     |

12. 计算二重积分  $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$ , 其中区域  $D$  是由  $y = x$  和  $y = x^2$  所围成.

| 得 分 | 评阅人 |
|-----|-----|
|     |     |

13. 计算  $I = \int_L (y^2 e^x + 2y + \cos x^2) dx + (2ye^x + x) dy$ , 其中  $L$  是曲线  $x = -\sqrt{1-y^2}$  上从点  $A(0, -1)$  到点  $B(0, 1)$  的一段弧.

| 得分 | 评阅人 |
|----|-----|
|    |     |

14.  $\Sigma$  为曲面  $z = -\sqrt{1-x^2-y^2}$  的下侧, 计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} (x+z) dydz + (y+x) dzdx + (z^2-2z) dxdy.$$

| 得分 | 评阅人 |
|----|-----|
|    |     |

15. 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  的收敛域及和函数.

| 得分 | 评阅人 |
|----|-----|
|    |     |

16. 求微分方程  $y'' - 5y' + 4y = (x+1)e^{4x}$  的通解.



三、证明题 ( 本大题共 2 道小题, 每小题 5 分, 共 10 分 )

| 得 分 | 评阅人 |
|-----|-----|
|     |     |

17. 设方程  $F\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$  确定了隐函数  $z = z(x, y)$ , 其中  $F$

具有连续的一阶偏导数, 求证:  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

| 得 分 | 评阅人 |
|-----|-----|
|     |     |

18. 设  $u_n = 1 - \frac{\ln n}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq p} n^{-x^2-y^2} dx dy$ , 其中  $p > 0$ . 求证:

当  $p > 1$  时级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛; 当  $0 < p \leq 1$  时级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散.