

北京工业大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期末考试试卷 A 卷

考试说明： 考试日期：2017 年 1 月 9 日、考试时间：95 分钟、考试方式：闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人： _____ **学号：** _____ **班号：** _____

.....
.....

注：本试卷共 三 大题，共 7 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x - x} - 1}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设参数方程 $\begin{cases} x = e^t \sin 2t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ 确定了函数 $y = f(x)$ ，则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$

—

3. 设 $y = y(x)$ 由方程 $x^2 - xy + y^2 = 1$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=1 \\ y=1}} =$ _____

4. 设函数 $y = \ln(1 - x^2)$, 则 $dy =$ _____

5. 曲线 $y = e^{\frac{1}{x^2}} \frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)(x + 2)}$ 的水平渐近线为 _____

6. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ 的拐点为 _____

7. $\frac{d}{dx} \int_0^{x^3} \sin t dx =$ _____

8. 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1 + x^2)^2} =$ _____

9. $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx =$ _____

10. $\int_1^2 \left(\frac{\arcsin^3 x}{1 + x^2} + \sqrt{1 - x^2} \right) dx =$ _____

得分

二、计算题：（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

11. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$, 求 $f^{(n)}(0)$, 并写出函数 $f(x)$ 的带皮亚诺型

余项的 2017 阶麦克劳林公式.

12. 计算不定积分 $\int \left(\frac{1+x}{1+x^2} + x \cos x \right) dx$.

13. 计算定积分 $\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}} dx$.

14. 设已知曲线 $y = \frac{2\sqrt{2}}{x^2}$, 试在曲线的第一象限部分上求一点 $M(x_0, y_0)$, 使过点 M 所作切线夹于两坐标轴间线段最短.

15. 设
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{\sin x}{2}, & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ \frac{A}{4+x^2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

(1) 求函数 $\int_{-\infty}^x f(t)dt$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内的表达式;

(2) 求常数 A , 使得 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$.

16. 求由曲线 $y = x^2 + 2$, x 轴及直线 $x = -2$ 与 $x = 3$ 所围成的图形的面积; 并求该图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

得分

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

17. 设 $x \in (0,1)$, 证明 $(1+x)\ln^2(1+x) < x^2$.

18. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内二阶可导， $f(a)=f(b)=0$ 且有 $c (a < c < b)$ 使 $f(c) > 0$ ，证明：至少存在一点 $\xi \in (a,b)$ ，使得 $f''(\xi) < 0$.

草 稿 纸

姓名：_____ 学号：_____