

北京工业大学 2017—2018 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试日期：2018 年 1 月 9 日、考试时间：95 分钟、考试方式：闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：_____ 学号：_____ 班号：_____

.....
.....

注：本试卷共三大题，共7页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则常数

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. 设函数 $y = \sin^2 x + 3$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 设 $y = y(x)$ 由方程 $xy + \ln y = 1$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=1 \\ y=1}} = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 设参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t) \\ y = \arctan t \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. 曲线 $y = \ln(1+x^2) - 3x$ 的拐点为 $\underline{\hspace{2cm}}$

7. 设函数 $y = \int_0^x \cos(2t+1)dt$, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 曲线 $y = x + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}} - 2$ 的水平渐近线为 $\underline{\hspace{2cm}}$

9. 广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. $\int_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x^2} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

得分

二、计算题：（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

11. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$, 求 $y', y'', y^{(2018)}(0)$.

12. 求函数 $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的极值。

13. 计算不定积分 $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$ 。

14. 计算定积分 $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$.

15. 设 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{2} \\ \sin 2x, & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ \frac{1}{A+x^2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 其中 $A > 0$,

(1) 求函数 $\int_{-\infty}^x f(t)dt$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内的表达式;

(2) 求常数 A , 使得 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$.

16. 设抛物线 $y = \sqrt{x-2}$ 过点 $(1,0)$ 的切线与该抛物线及 x 轴所围成的平面图形为

D

- (1) 求 D 的面积.
- (2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积。

得分

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

17. 设 $0 < x < 1$ ，证明：
$$e^{2x} < \frac{1+x}{1-x}.$$

18. 设函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，且 $f(a) = f(b) = 0$ 。

又在 (a, b) 内 $g(x)$ 恒不为 0，证明至少存在一点 $\xi \in (a, b)$ ，使得

$$f'(\xi)g(\xi) = 2g'(\xi)f(\xi)。$$

草 稿 纸

姓名：_____ 学号：_____