

北京工业大学 2017—2018 学年第 2 学期

《线性代数(工)》期末考试试卷(A)

考试说明: 考试时间: 2018 年 06 月 28 日. 考试时长: 95 分钟. 考试方式: 闭卷

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考, 若有违反, 愿接受相应处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

注: 本试卷共 8 大题, 共 8 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总成绩
满分	30	10	10	10	10	10	10	10	
得分									

得分

一. 填空题(每小题 3 分, 共 30 分. 注意: 所有题目需给出计算结果;

“ $a=a$ ”型答案失分)

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \\ 1 & 6 & 36 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & 8 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 的逆矩阵 } A^{-1} \text{ 的迹 } \operatorname{tr} A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$

4. 若 6, 2, 8, 1, 1 是 5 阶实方阵 A 的特征值, 而且 A 不能相似对角化, 则齐

次线性方程组 $(A-E)X=0$ 的解空间的维数 = _____

5. A 是 3 阶实方阵, P 是 3 阶可逆实方阵. 若齐次线性方程组

$(A-2E)X=0$, $(3A+2E)X=0$, $(2E-A)X=0$ 均有非零解,

则 PAP^{-1} 的所有特征值是 _____

6. 若 3 阶实方阵满足 $|A-E|=|A+2E|=|3A-E|=0$, 则行列式

$|6A^*+A^{-1}+A| = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 若 3 阶实矩阵 A 的伴随矩阵 $A^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则伴随矩阵 $A^* = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 若 A 是 3 阶实对称矩阵, $|2E-A|=0$, $|A+E|=0$; $\alpha = (1, 2-t, -3)^T$,

$\beta = (2t, 1, -2)^T$; $A\alpha = 2\alpha$, $A\beta = -\beta$, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 若实矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & b_1 & c_1 \\ b_1 & b_2 & c_2 \\ c_1 & c_2 & c \end{pmatrix}$ 满足条件: $a < 0$, $|A| < 0$, $\begin{vmatrix} a & b_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} > 0$,

则行列式 $\begin{vmatrix} a-3 & b_1 & c_1 \\ b_1 & b_2-3 & c_2 \\ c_1 & c_2 & c-3 \end{vmatrix} \underline{\hspace{2cm}} 9$ (填 $>$, $=$, $<$ 之一).

得分

二(10分)计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & 6 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 6 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & -2 & 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ (求出具体数值).

得分

三（10 分） 用初等变换的方法，解方程 $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

是实对称阵，并求出这一对实矩阵。

得分

四 (10 分) a 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = a \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$$

有公共解? 写出公共解的通解形式.

2. 求该向量组的一个极大线性无关组;

3. 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出

得分

五 (10 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. 求一个可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 是对角矩阵; 并求出这一对角矩阵.

得分

六 (10 分) 证明: 若 2 阶实矩阵 A 满足 $A^2 = 0$, 则 $A^T = 0$.

得分

六 (10 分) 给定列向量组

$$\alpha_1 = (1, 0, 1, 2, -1)^T, \alpha_2 = (-3, 2, 0, -1, 1)^T,$$

$$\alpha_3 = (0, 1, -1, 2, 5)^T, \alpha_4 = (0, 12, -2, 26, 36)^T.$$

- 1 求该向量组的秩;
- 2 求该向量组的一个极大线性无关组;
- 3 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.

得分

七 (10 分) 计算二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

的正、负惯性指数之和 .

得分

八 (10 分) . 证明: 若 2 阶实矩阵 A 满足 $A^3 = 0$, 则 $A^2 = 0$.