北京工业大学 2018-2019 学年第二学期期末

线性代数(工) 课程试卷（A）

考试方式：闭卷　　考试时间：2019 年 6 月 28 日

学号_____ 姓名_____ 成绩_____

注：本试卷共 8 大题，满分 100 分.

得分登记（由阅卷教师填写）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八
得　分								

得 分

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分. 注意：所有题目需给出计算结果；$a=a$ 型答案无效）

1. 若 3×2 型实矩阵 $A_{3\times2}$ 和 2×3 型实矩阵 $B_{2\times3}$ 满足 $AB=\begin{pmatrix}1&-1&2\\2&3&0\\3&7&-2\end{pmatrix}$，则 $BX=0$ 的基础解系中含有解向量的个数是 1

2. $\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&-1&-3\\0&1&2&5\\3&1&0&-1\end{pmatrix}=$ _____

3. $A=\begin{pmatrix}1&a&a^2\\1&-1&1\\1&3&9\end{pmatrix}$. 若 $AX=0$ 有非零解，且 $a>0$，则 $a=$ 3

4. A 是 2 阶实方阵. 若齐次线性方程组 $(A+E)X=0$ 和 $(A-2E)X=0$ 均有非零解，则行列式 $\left|A^*-A^{-1}+A-E\right|=$ _____

5. 如果 A 是 2 阶实方阵；α_1,α_2 是线性无关的 2 维实列向量，且满足 $A\alpha_1=3\alpha_2$, $A\alpha_2=\alpha_1+2\alpha_2$. 则 A 的负特征值是 _____

6. $A=\begin{pmatrix}1&1&-1&-1\\-1&-1&-1&-1\\-1&1&1&-1\\-1&1&-1&1\end{pmatrix}$. $A^{-1}=$_____（A是正交矩阵）

7. $A=\begin{pmatrix}a+1&1&1\\-2&2a-6&2\\-2&-9&a-1\end{pmatrix}$. 使得齐次线性方程组 $AX=0$ 有非零解的 a 的所有的值之积=_____

8. 如果$\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}$相似，且$a\neq 0$，则$a=$ -1

9. 如果3阶实方阵 $A=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ 的列向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 与线性无关向量组 $\{\beta_1,\beta_2\}$ 具有关系$\begin{cases}\alpha_1=2\beta_1+\beta_2\\\alpha_2=-\beta_1+3\beta_2\\\alpha_3=\beta_1-\beta_2\end{cases}$，则齐次线性方程组 $AX=0$ 的一般解中自由未知量的个数是_____

10. 若3阶实方阵 A 是可逆的，则矩阵 A^TA 的正特征值的个数是_____

得 分

二（10分）. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}-2&0&2&1&3\\0&-1&5&2&1\\4&3&8&3&-2\\-2&2&5&-1&0\\-6&1&2&0&1\end{vmatrix}$（要求出具体数值）.

第一列除以-2

得 分

三（10分）. 用初等变换的方法，解方程$\begin{pmatrix}1&1&1\\-1&2&1\\1&0&1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}0&1&-1\\1&0&2\\1&-1&0\end{pmatrix}$.

得 分

四（10分）. a 取何值时，线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2-x_3-x_4=1\\2x_1+x_2-x_3+3x_4=-2\\5x_1+3x_2-3x_3+5x_4=a\end{cases}$ 有解？

有解时，写出其通解.

得分

五（12分）. 已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 6 & 6\\ 6 & 1 & 6\\ 6 & 6 & 1\end{pmatrix}$. 求一个可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 是对角矩阵；并求出这一对角矩阵.

得分

六（12分）. 给定列向量组

$$\alpha_1=(0,0-1,1)^T,\alpha_2=(-1,0,0,2)^T,$$
$$\alpha_3=(-1,1,-2,3)^T,\alpha_4=(-3,1,-3,8)^T,\alpha_5=(-6,3,-7,16)$$

1 求该向量组的秩；

2 求该向量组的一个极大线性无关组；

3 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.

得分

七（8分）. 若 λ_1,λ_2 是实方阵 A 的两个不同的特征值；α_1,α_2 是属于 λ_1 的线性无关的特征向量；β_1,β_2 是属于 λ_2 的线性无关的特征向量，则 $\alpha_1,\alpha_2,\beta_1,\beta_2$ 是线性无关的.

得分

八（8分）. 若实方阵 $A\neq aE,bE$，且 $(A-aE)(A-bE)=0$，则 a,b 都是 A 的特征值.