

2018-2019 学年第 1 学期《概率论与数理统计》（工类）考试试卷

北京工业大学2018—2019学年第一学期
《概率论与数理统计》(工类)课程考试 A 卷

考试说明: 考试闭卷; 可使用文具以外的计算器。
承诺: 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》; 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不抄袭。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____ 得分: _____

注: 本试卷共 6 大题, 共 7 页, 满分 100 分。考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

页面成绩汇总表 (请在教师填写)

题号	一	二 (1)	二 (2)	二 (3)	二 (4)	二 (5)	总分
得分							
教师							

一、填空题 (15 个空, 每空 2 分, 共 30 分)

1. 设 $P(A) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.7$, 则当 A 与 B 互斥时, $P(B) =$ _____; A 与 B 相互独立时, $P(B) =$ _____。
2. 在相同条件下做 4 次独立试验, 假设每次试验时事件 A 发生的概率都是 p , 且 4 次试验中 A 恰发生 1 次与发生 2 次的概率相等。用 X 表示 4 次试验中 A 发生的次数时, $E(X) =$ _____, $Var(X) =$ _____。
3. 设随机变量 X 服从参数 λ 的泊松分布, 且 $P\{X \geq 1\} = 1 - e^{-2}$, 则 $\lambda =$ _____, $E(X^2) =$ _____。
4. 设随机变量 X 可能取的值为 $-2, 0$ 和 1 , 且 $P\{X = -2\} = 0.4$, $P\{X = 0\} = 0.3$, 则 $E(X) =$ _____, $Var(X) =$ _____。
5. 若随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(3, 3^2)$, $X_2 \sim N(1, 2^2)$, $X = X_1 - 2X_2$, 则 $X \sim$ _____, $P\{-4 < X < 6\} =$ _____。
6. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为独立正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, μ 与 σ^2 为未知常数, $\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值与方差, 即 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则 $\bar{X} \sim$ _____, $\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim$ _____, μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间 _____, σ^2 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间 _____。

注: 标准正态分布分布函数值 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(1.96) = 0.975$, $\Phi(1.645) = 0.95$ 。

1

2

二、解答题 (每题 14 分, 共 70 分)

注: 由此以下各题都要来写过程, 否则没有分数!

1. 有型号相同的产品三箱, 第一箱装 12 件, 其中 2 件为次品; 第二箱装 8 件, 其中只有 1 件为次品; 第三箱装 20 件, 其中 4 件为次品。
(1). 从三箱抽取 1 箱, 然后从中随机抽取 1 件产品, 求抽到次品的概率。
(2). 如发现抽到的产品为次品, 求其来自第 1 箱的概率。

2. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且二者均服从 $[0, 1]$ 区间上均匀分布, 令 $X = X_1 + X_2$, 求
- (1). X 的概率密度函数 $f_X(x)$;
 - (2). $E(X)$ 和 $Var(X)$;
 - (3). $Y = X^2$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

3. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 有联合概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} ay(1-x), & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1). 确定常数 a ;
- (2). 求边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$;
- (3). 回答 X 与 Y 是否独立? 为什么?
- (4). 计算 $E(Y)$.

4. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的随机样本, $\sigma^2 > 0$ 是未知参数. 求
- (1). σ^2 的矩估计 $\hat{\sigma}^2$;
 - (2). σ^2 的极大似然估计 $\hat{\sigma}^2$;
 - (3). 回答 $\hat{\sigma}^2$ 是否为 σ^2 的无偏估计, 为什么?

5. 假设某品牌日光灯的使用寿命 (单位: 小时) 服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 和 σ^2 未知. 现从该品牌的日光灯中随机抽取 9 只进行试验, 测得它们寿命的平均值为 100.4, 样本方差为 0.49. 问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 从样本看:
- (1). 能否认为 $\mu = 100$? (2). 能否认为 $\sigma^2 < 0.5$?

t 分布与 χ^2 分布表							
$t_8(0.025) = 2.3060$	$t_8(0.05) = 1.8595$	$t_8(0.025) = 2.2622$	$t_8(0.05) = 1.8331$				
$\chi^2_8(0.025) = 17.535$	$\chi^2_8(0.05) = 15.507$	$\chi^2_8(0.025) = 19.023$	$\chi^2_8(0.05) = 16.919$				
$\chi^2_8(0.975) = 2.180$	$\chi^2_8(0.95) = 2.733$	$\chi^2_8(0.975) = 2.700$	$\chi^2_8(0.95) = 3.325$				