

北京工业大学 2020 — 2021 学年第 2 学期

《代数与逻辑》期末考试试卷 A 卷

考试说明: 考试时间: 95 分钟 考试形式 (开卷/闭卷/其它): 闭卷

适用专业: 计算机科学与技术专业

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

注: 本试卷共 五 大题, 共 8 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸, 并将答案写在题目下方, 如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	20	20	20	20	
得分						

得分	一、判断和填空 (20 分)
----	----------------

1、判断 (正确的画“√”, 错误的画“×”) (每小题 1 分,

共 10 分)

- (1) “此话是谎话。”是命题。 ()
- (2) 可满足式 A 当且仅当 $\neg A$ 是非永真式。 ()
- (3) 每个极小项有唯一成真指派。 ()
- (4) 重言式的代换实例都是永真式。 ()
- (5) 考虑谓词公式: $\exists xP(x^2+1, 0)$, 假设个体域为实数域, $P(x, y)$ 表示 $x=y$, 那么 $\exists xP(x^2+1, 0)$ 的真值为假。 ()
- (6) $\neg((\forall x)(\exists y)P(a, x, y) \rightarrow (\exists x)(\neg(\forall y)Q(y, b) \rightarrow R(x)))$ 的前束范式是

- (7) 永真式是 $(\{P|P \text{ 是命题公式}\}, \wedge)$ 上的零元。 ()
- (8) $(\{0, 2, 4, 6, 8\}, \otimes_{10})$ 不是 $(N_{10}, \otimes_{10})$ 的子独异点。 ()
- (9) 群中零元不唯一。 ()
- (10) 代数系统 $(A, +, \times)$ 不是域, 其中 $A = \{x | x = a + \sqrt{5}b, a, b \text{ 均为有理数}\}$, $+$ 和 $\times$ 为普通加法和乘法。 ()

2. 填空 (每小题 1 分, 共 10 分)

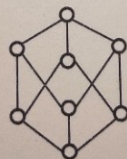
- (1) $P \wedge (P \rightarrow Q) \underline{\hspace{2cm}} P \wedge Q$ 。
- (2) 每个极大项有 成假指派。
- (3) 公式 $Q \rightarrow (P \vee (P \wedge Q))$ 可化简为 。
- (4) 令 $R(x)$: x 是实数, $Q(x)$: x 是有理数。则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为 。
- (5) 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee \exists yR(y)) \rightarrow Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是 。
- (6) 定义集合 $S = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ 上的二元运算 $*$ 为

$*$	α	β	γ	δ
α	δ	α	β	γ
β	α	β	γ	δ
γ	β	γ	γ	γ
δ	α	δ	γ	δ

2. 用谓词逻辑的推理规则

$\forall x(Q(x) \rightarrow R(x)), \exists x(Q(x)) \vdash R(x)$

- 则, 代数系统 $(S, *)$ 中 α 的逆元是 。
- (7) 设 $(A, *)$ 是 5 阶群, 则 $(A, *)$ 中具有 个生成元。
- (8) 半群和独异点的关系是 。
- (9) 设 $(A, \circ, *)$ 是环, 则 $(A, \circ)$ 是 群。
- (10) 下图所示的哈斯图所对应的偏序集能否构成格 。



得分

二、命题演算 (20 分)

1、求 $(\neg P \rightarrow Q) \wedge (R \vee P)$ 的主合取范式和主析取范式。(10 分)

2、写出群 $(N_{11}, - (0), \oplus_{11})$ 中各元素关于子群 $(\{0, 10\}, \oplus_{11})$ 的陪集。(10 分)

2、用常用公式证明蕴涵式: $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S) \Rightarrow R \vee S$ (10 分)

得分

三、推理证明 (20 分)

1、构造下面的推理证明。(10 分)

$$A \rightarrow (C \vee B), B \rightarrow \neg A, D \rightarrow \neg C \Rightarrow A \rightarrow \neg D$$

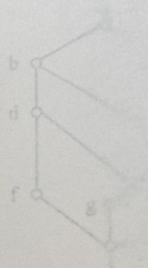
2、用谓词逻辑的推理理论证明下列蕴含式。(10 分)

$$\forall x(Q(x) \rightarrow R(x)), \exists x(Q(x) \wedge I(x)) \Rightarrow \exists x(R(x) \wedge I(x))$$

得分

四、计算 (20 分)

1、写出群 $(N_{17} - \{0\}, \otimes_{17})$ 中各元素的阶数。(10 分)



2、写出群 $(N_{11} - \{0\}, \otimes_{11})$ 中各元素关于子群 $(\{1, 10\}, \otimes_{11})$ 的陪集。(10 分)

得 分

五、证明 (20 分)

- 1、证明代数系统 $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ 是环, 其中 $\mathbb{Z}$ 是整数集, 运算 $\oplus$ 和 $\otimes$ 的定义为: $a \oplus b = a + b - 1$, $a \otimes b = a + b - ab$ 。(10 分)

2. 设 $(L, \leq)$ 是格, 其哈斯图如下图所示: (10 分)

- (1) 找出格中每个元素的补元:
- (2) 此格是有补格吗? 为什么?
- (3) 此格是分配格吗? 为什么?

